

EDUKACJA FINANSOWA/MATEMATYCZNA NAJMŁODSZYCH AKTYWNOŚCIĄ SPOŁECZNĄ



Metody edukacji finansowej – czyli jak uczyć dzieci o pieniądzach? Metody pracy

Indywidualny dobór treści pakietowych do możliwości klasy.

Łączenie tematów finansowych z programem szkolnym.

Współpraca z rodzicami/opiekunami (list do rodziców, informacja o kieszonkowym).

Wykorzystanie metody projektu w pracy z uczniami.



Struktura zajęć

Rozmowa w kręgu.

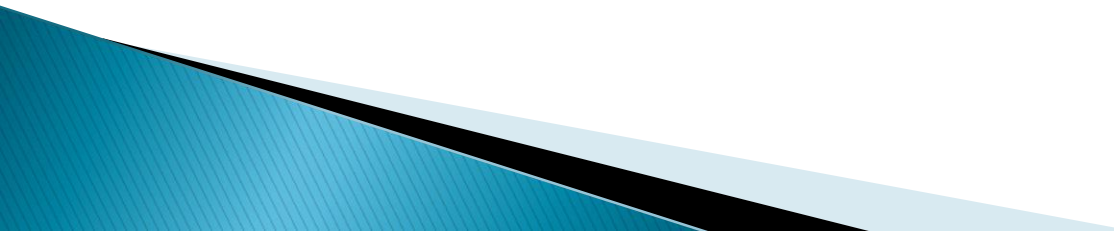
Praca w grupach.

Zadania matematyczne.

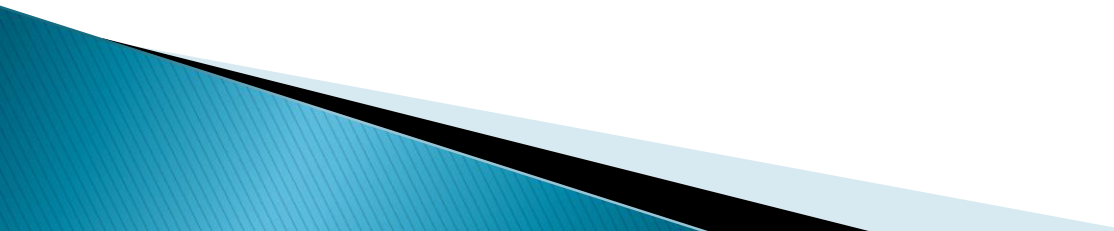
Praca domowa



Relacyjne podejście do uczenia się matematyki

- ▶ odkrywanie matematycznych zasad, dostrzeganie prawidłowości, stosowanie własnych strategii rozwiązania,
 - ▶ N. zainteresowany sposobem myślenia dzieci w sytuacjach problemowych, pozwala na popełnianie błędów, które są zwykle początkiem uczenia się, zgłębiania problemu.
- 

UCZENIE SIĘ MATEMATYKI (modelowanie myślenia)

- aktywność intelektualna dzieci jest niezbędna, aby osiągać sukcesy,
 - aktywność nie może odbywać się tylko na symbolach matematycznych, abstrakcyjnych działaniach,
 - rozumienie matematyki wymaga budowania modeli sytuacji matematycznych, wizualizacji i manipulowania elementami w praktycznym kontekście.
- 

CECHY PROCESU KONSTRUOWANIA WIEDZY

- ▶ Aktywność
- ▶ Kontekstowość
- ▶ Rola konfliktu poznawczego
- ▶ Społeczny charakter

Nauczanie –uczenie się: konflikt poznawczy,
badanie i studiowanie problemu, negocjacje
społeczne= wiedza w umyśle

(J. Bruner, L. Wygotski, J. Boaler)

UCZENIE SIĘ MATEMATYKI

Skuteczny nauczyciel powinien odwoływać się do metod, którymi posługuje się samo dziecko, aby nadać ład i strukturę poznawanemu materiałowi matematycznemu

R. Fischer, Uczymy się myśleć, WSiP 1999

Strategie rozwiązywania zadań matematycznych stosowane przez dzieci



Dzieci stosowały różnorodne, często zaskakujące strategie. Do każdego zadania zastosowały po kilka dróg rozwiązania. Trzy, najciekawsze według mnie przedstawiam poniżej.

ZADANIA Z KARTY ZADAŃ MATEMATYCZNYCH DLA DZIECI

Kostka do gry

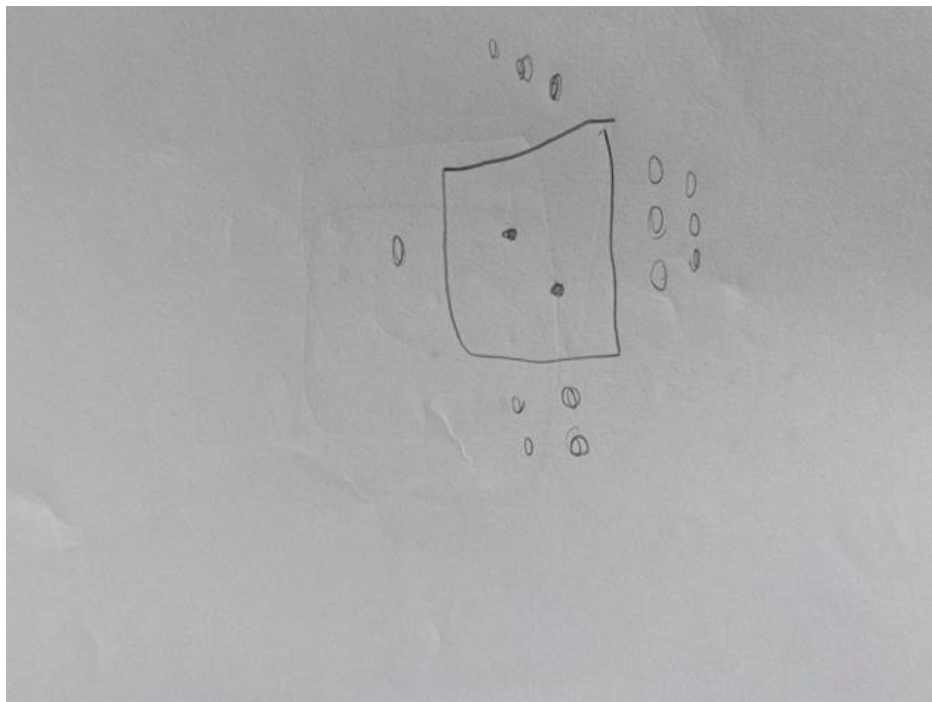
Kostka do gry ma taki układ, że suma oczek na przeciwległych bokach zawsze wynosi 7. Rzuć kostką. Ile oczek jest na niewidocznej ścianie?

Podział jabłka

Jak podzielić dwie połówki jabłka na grupę dzieci, aby każdy dostał tyle samo?

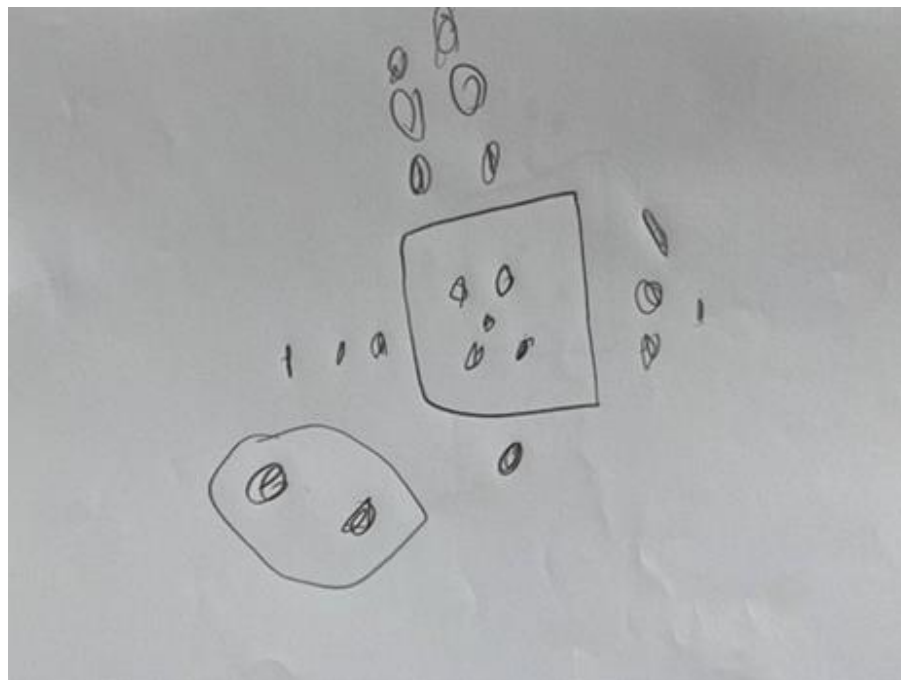
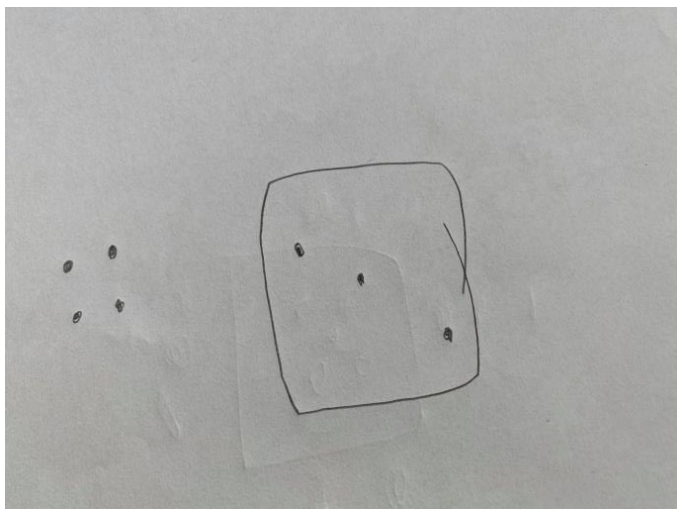
Zadanie „Kostka do gry”

Najczęściej wybierana strategia przez dzieci, która mnie zaskoczyła polegała na tym, że po rzucie kostką dzieci obejrzały wszystkie widoczne ścianki i na ich podstawie stwierdzały czego brakuje: „2! *Bo na żadnej ściance nie ma 2*”. Jeden z chłopców wykonał poniższy rysunek:



Chwilę przyglądał się swoim notatkom, a następnie wyjaśnił: „5! *Bo tutaj jest 2, a na żadnej z innych [ścianek] nie ma 5*”.

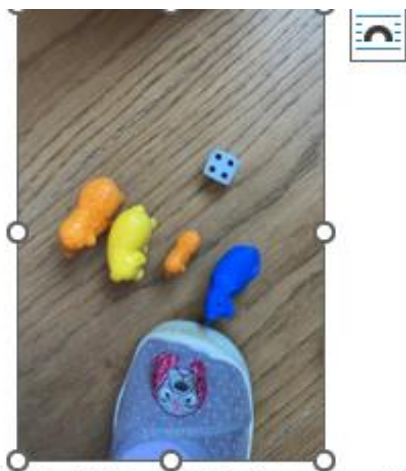
Kostka



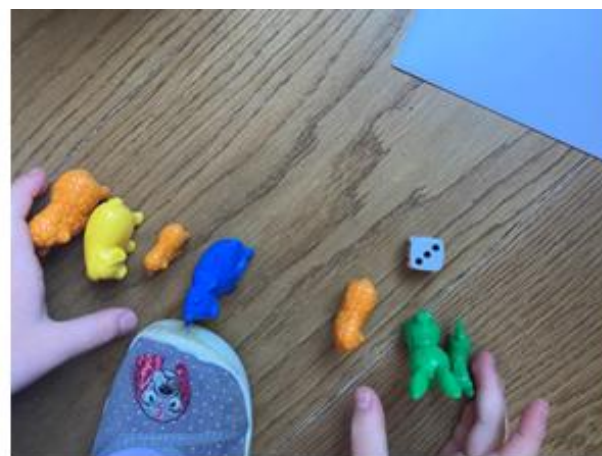
Kilkoro dzieci dokonało odpowiednich rachunków **w pamięci**:

- „4? *Policzyłem w pamięci. 3 i 4 to 7.*”
- „2. *Bo 5 dodać 2 równa się 7.*”
- „3. *Policzyłem w myślach.*”
- „4. *Policzyłem w pamięci.*”

Liczmany - samodzielny wybór dzieci



Zdjęcie 11. Odliczenie liczby zwierzątek odpowiadających liczbie wyrzuconych oczek



Zdjęcie 12. Doliczenie 3 zwierzątek, których brakowało do liczby 7 i sprawdzenie poprawności działania

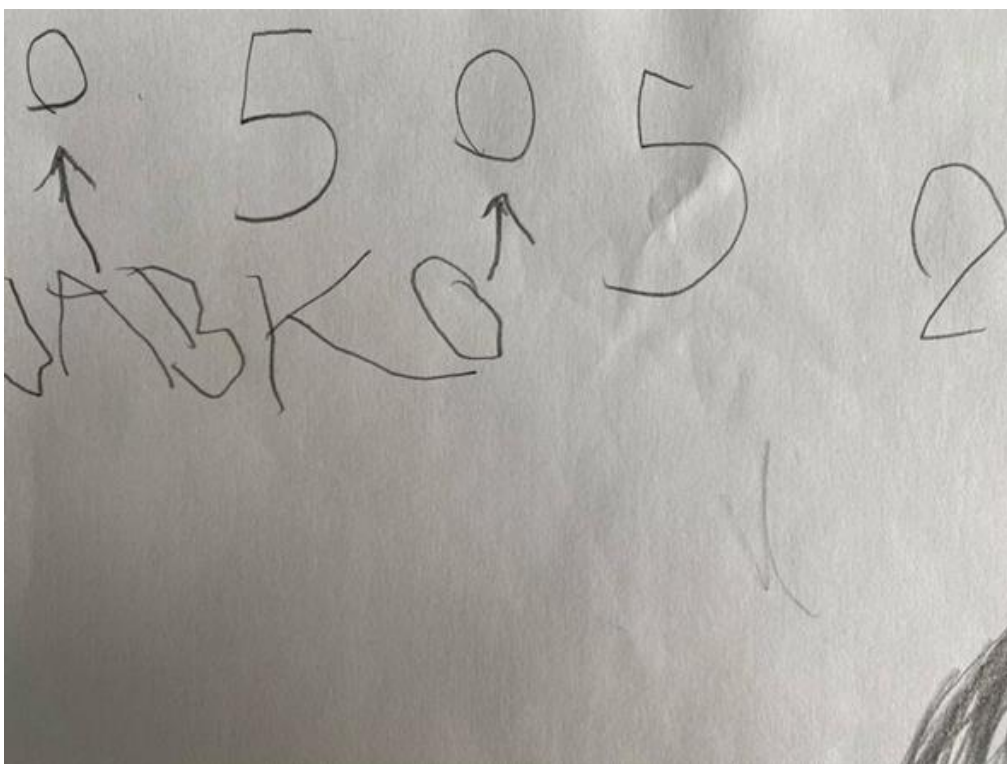


Zdjęcie 13. Odliczenie liczby zwierzątek odpowiadających liczbie wyrzuconych oczek



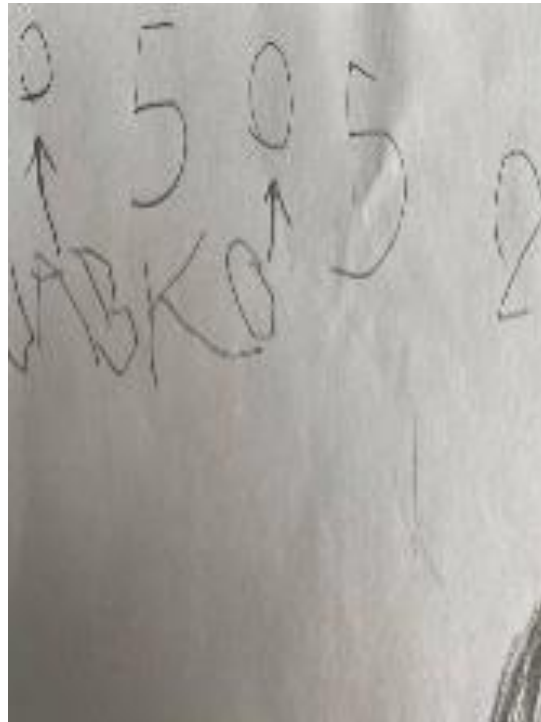
Zdjęcie 14. Doliczenie 1 zwierzątka, którego brakowało do liczby 7 i sprawdzenie poprawności działania

Zadanie „Podział jabłka”: Dzieci uznały, że każdą z połówek należy podzielić na tyle części, ile osób liczy dana grupa. Grupa I zilustrowała ten pomysł za pomocą rysunku:

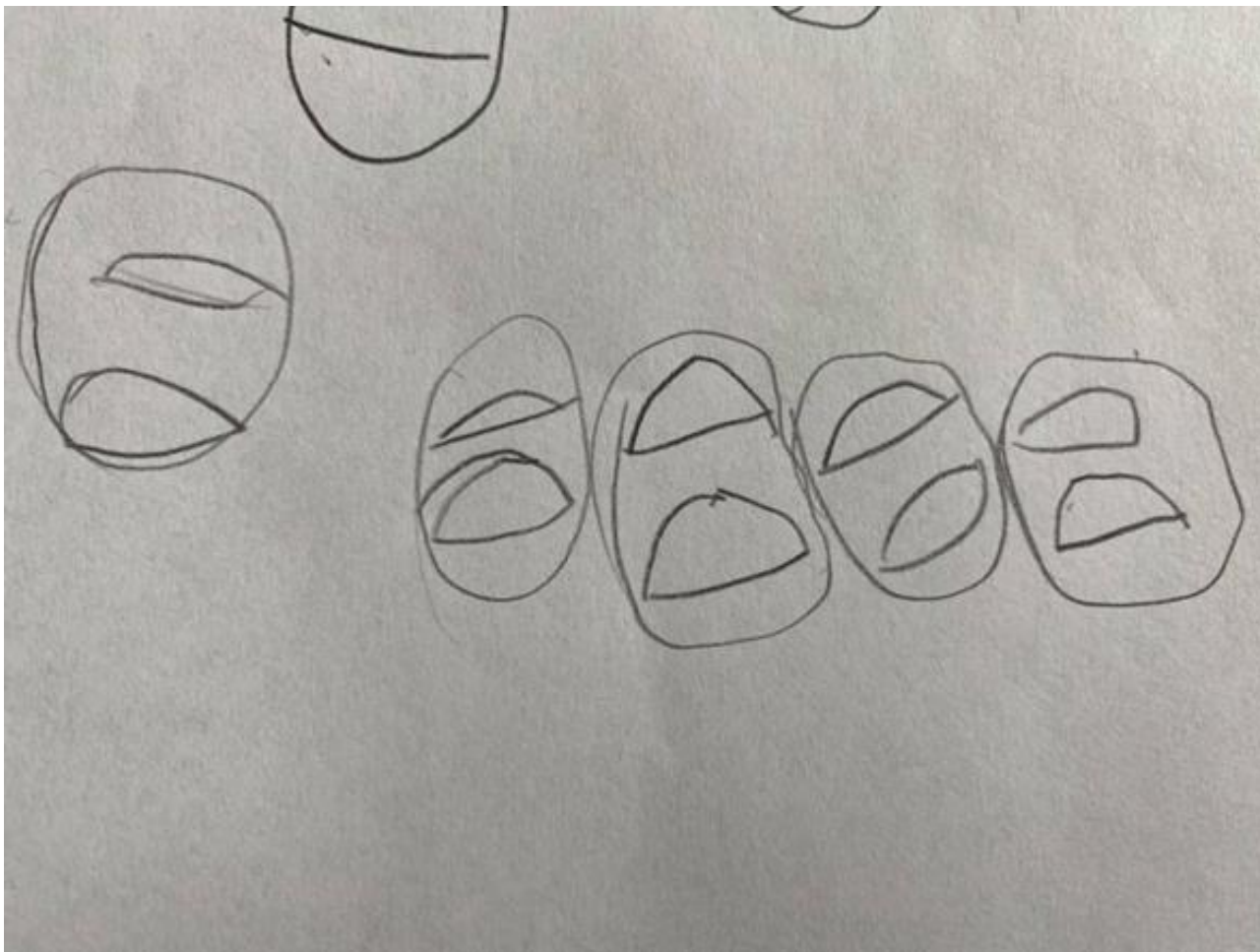


Dzieci wyjaśniły swoje notatki następująco:
„Tą jedną część trzeba przekroić na 5 kawałków, tą drugą część też na 5 kawałków i wtedy każdy będzie miał po 2”.

5-latki



Grupa II sporządziła takie notatki:



Rozumienie przez dzieci pojęć matematycznych

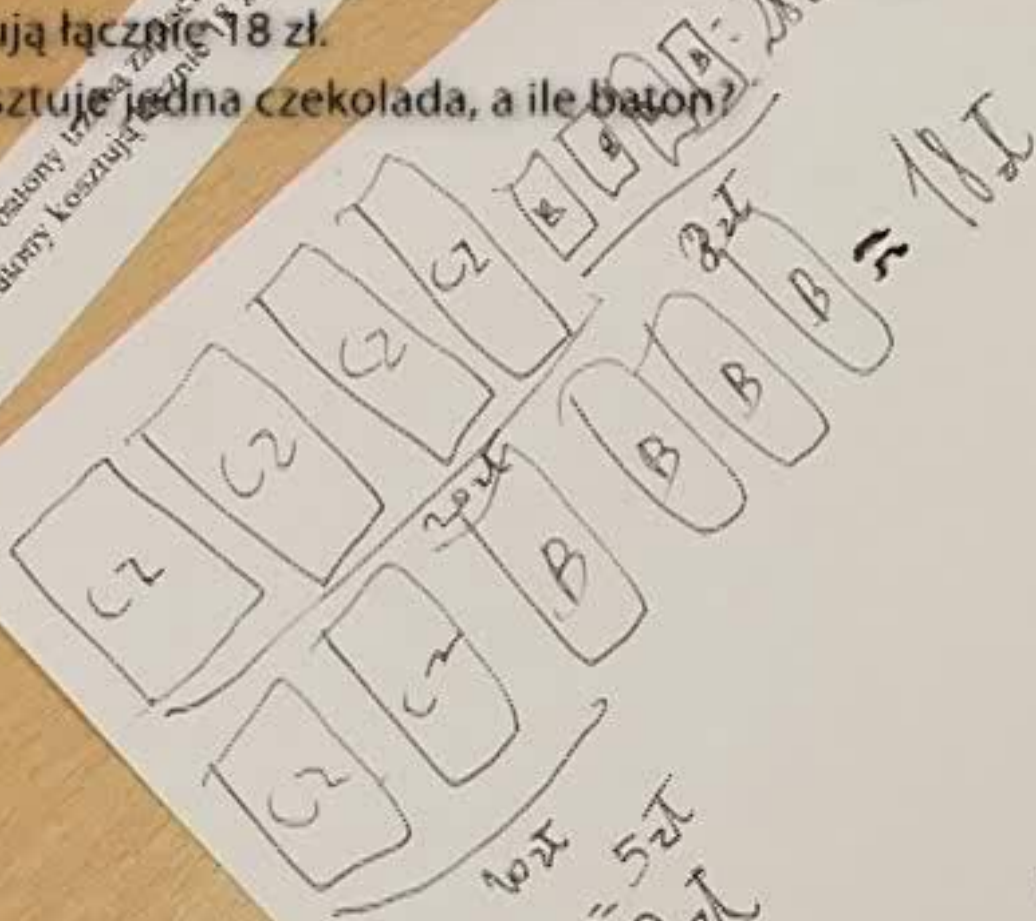
Dzieci w wieku 5 lat rozumieją i posługują się pojęciami nazywanymi:

- **działania matematyczne**, takie jak dodawanie, odejmowanie, dzielenie. Używają terminów: *dodać*, *odjąć*, *podzielić*, *równa się*. Czasem zastępują je także innymi słowami, stosownymi do sytuacji i treści rozwiązywanego zadania, które jednak nadal wyrażają sens ich działania, np. „*doliczyć*”, „*dołożyć*”, „*potrzebuję jeszcze*”, „*jest za mało, trzeba więcej*”, „*plus*” zamiast terminu *dodać*; „*zabrać*”, „*odnieść*”, „*odłożyć*”, „*odliczyć*”, „*jest za dużo, muszę zabrać*”, „*minus*” zamiast terminu *odjąć*; „*jest razem*”, „*to jest 7*”, zamiast terminu *równa się*; „*zabrać po jednym*”, „*rozdać*”, „*pokroić*”, zamiast terminu *podzielić*
- **mierzenie** tj. „*zmierzyć*”, „*wysokość*”, „*szerokość*”, „*długość*”, „*metr*”, „*centymetr*”
- Dzieci tłumaczyły także dane pojęcie **własnymi słowami**, niezwiązanymi z terminologią matematyczną, manipulując przy tym przedmiotami.

Za 4 czekolady i 4 batony trzeba zapłacić 28 zł.

2 takie same czekolady i cztery takie same batony kosztują łącznie 18 zł.

Ile kosztuje jedna czekolada, a ile baton?



$$\begin{aligned} 4Cz &= 28\text{ zł} \\ Cz &= 7\text{ zł} \\ 2Cz &= 14\text{ zł} \\ 4B &= 18\text{ zł} \\ B &= 4.5\text{ zł} \end{aligned}$$

$$Cz = 7\text{ zł} \quad B = 4.5\text{ zł}$$

$$\begin{aligned} 4Cz &= 28\text{ zł} \\ 2Cz &= 14\text{ zł} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4B &= 18\text{ zł} \\ B &= 4.5\text{ zł} \end{aligned}$$

Za 4 czekolady i 4 batony trzeba zapłacić 28 zł.
 2 takie same czekolady i cztery takie same batony
 kosztują łącznie 18 zł.
 Ile kosztuje jedna czekolada, a ile baton?

$4C + 4B = 28zł$
 $2C + 4B = 18zł$
 $2C = 10zł$
 $C = 5zł$
 $28zł - 4 \cdot 5zł = 8zł$
 $8zł : 4 = 2zł$
 $B = 2zł$

UCZENIE SIĘ MATEMATYKI (modelowanie myślenia)

- aktywność intelektualna dzieci jest niezbędna, aby osiągać sukcesy,
- rozumienie matematyki wymaga budowania modeli sytuacji matematycznych, wizualizacji i manipulowania elementami w praktycznym kontekście.

Edukacja matematyczna

Na zimowisko wyjedzie pociągiem 135 dzieci. Ile trzeba zarezerwować ośmioosobowych przedziałów, by każde dziecko miało miejsce siedzące?

- ▶ *N: Dobrze, ciiii... Jeszcze przeczyta dziewczynka, proszę Marta!*
- ▶ *UM: Na zimowisko wyjedzie pociągiem 135 dzieci. Ile trzeba zarezerwować ośmioosobowych przedziałów, by każde dziecko miało miejsce siedzące?*
- ▶ *N: Tak, bardzo proszę, jakie dane mamy tutaj w tym zadaniu? Czego się dowiedzieliśmy? Jak (...). co takiego tam jest w treści, co przyda nam się do rozwiązania tego zadania? Proszę Damian? Jakie dane znalazłeś? Jaką liczbę znalazłeś?*
- ▶ *UD: 135...*
- ▶ *N: Ale głośno, wyraźnie.*
- ▶ *UO: Znalazłem liczbę 135...*
- ▶ *N: 135 dzieci. (wzmocnionym głosem, UD, stara się podążać głosem za nauczycielem) Dzieci, które trzeba przewieźć pociągiem. Dziękuję, drugą liczbę Robert. Gdzie ukryła się druga liczba? * Gdzie ukryła się druga liczba?*

- ▶ U3: *Osiem.*
- ▶ U4: *Osiem.*
- ▶ N: *Osiem, ośmioosobowych przedziałów, czyli osiem. Czyli, w każdym przedziale tego pociągu można przewieźć osiem osób. Skoro zadanie, to również pytanie! O co pyta autor, Marek?*
- ▶ UM: *Ile trzeba zarezerwować ośmioosobowych przedziałów, by każde dziecko miało miejsce siedzące?*
- ▶ N: *Czy już świta coś w głowie? Mamy jakieś rozwiązanie? Artur, proszę?*
- ▶ UA: *135 trzeba podzielić na osiem.*
- ▶ N: *Tak i to na dodatek sposobem pisemnym.*
- ▶ U1: *Mogę ja?*
- ▶ N: *Bardzo proszę, nie teraz będzie troszeczkę inaczej. Postępujcie, uważnie słuchamy, bo pani powie tylko jeden raz. Należy za momentik otworzyć zeszyt, tak jak to zwykle robimy, napisać numer zadania, wpisać dzisiejszą datę, oczywiście i rozwiązać samodzielnie to zadanie. Dzisiaj jest 22 marca (zapisuje na tablicy).*
- ▶ U2: *Pytanie działanie odpowiedź.*
- ▶ N: *Właśnie, my mamy taką swoją zasadę od pierwszej klasy, że rozwiązując zadanie z treścią, robimy, co?*
- ▶ UO: *Pytanie, działanie, odpowiedź.*
- ▶ N: *Olku, właśnie, cieszę się, że już się poprawiłeś. Musimy napisać co?*
- ▶ UO: *Pytanie, działanie, odpowiedź.*
- ▶ N: *Pytanie, działanie, odpowiedź, oczywiście numer zadania i strona musi też być. Samodzielnie, proszę bardzo zabieramy się do pracy.*

Edukacja matematyczna

▶ PRZYKŁAD 2. Edukacja matematyczna

- ▶ Nauczycielka: **Jakie wy macie pieniądze?**
- ▶ Uczniowie: Stówki.
- ▶ Nauczycielka: **Stówki całe. Kto je trzyma? Iza, jakie macie pieniądze?**
- ▶ Uczeń 1: 200.
- ▶ Nauczycielka: **200. Całe dwie setki. Uwaga. Dla grupy, która ma pięćdziesiątki. To jest rączka w górę. Uwaga. Waszym zadaniem będzie kupić ode mnie plecak turystyczny. Proszę mi [...] płacić. Ja wam, mogę wydawać resztę. Proszę mi zapłacić pieniędzami waszymi.**
- ▶ Uczeń 2: [...] Ale mogę je poprosić?
- ▶ Nauczycielka: **I wy sprawdzacie, a wy się zastanawiacie, ile oni muszą mi zapłacić za ten plecak turystyczny. Proszę mi zapłacić. Dostaję od was ile?**
- ▶ Uczniowie: 150.
- ▶ Nauczycielka: **150 złotych. Czy muszę wam wydać resztę?**
- ▶ Uczeń 1: Tak.
- ▶ Uczeń 2: Tak.

- ▶ Nauczycielka: Słuchajcie. Wydaję resztę, wy sprawdzacie, czy wydaję dobrze. [...] Wydałam Kasi ile reszty?
- ▶ Uczniowie: 30.
- ▶ Nauczycielka: 30 złotych. Czy dobrze wydałam?
- ▶ Uczeń 1: Tak.
- ▶ Uczeń 2: Tak.
- ▶ Uczeń 3: Tak.
- ▶ Nauczycielka: Zadanie dla grupy, która ma dwudziestki. Która grupa ma dwudziestki? Uwaga. Wy kupujecie ode mnie materac dwuosobowy. A wy sprawdzacie, ile kosztuje materac dwuosobowy. Oni mają dwudziestki i liczyć, bo wydaję reszty. [...] Nie [...]. Proszę bardzo. Ile mi płacicie?
- ▶ Uczniowie: 90.
- ▶ Nauczycielka: 90 mi płacicie? Ile kosztuje materac dwuosobowy? 90. A wy mi płacicie?
- ▶ Uczeń 1: 100.
- ▶ Uczeń 2: 100.
- ▶ Nauczycielka: [...] 20, 40, 60, 80, 100. Wydaję wam 10 złotych reszty. Zgadza się?
- ▶ Uczeń 1: Tak.
- ▶ Uczeń 2: Tak.
- ▶ Nauczycielka: Zgadza się. Teraz zadanie dla grupy, która ma dwusetki. Czyli dla tej grupy. Wy kupujecie ode mnie aparat fotograficzny. [...] Płacimy czym? Czym płacimy, Karolinko? Co to są?
- ▶ Uczeń 2: Papierki.
- ▶ Nauczycielka: Ale jak mówimy na pieniążki papierkowe? Banknoty. Proszę bardzo. Ile dostałam? Mieliście materac. [...] Aparat fotograficzny sama muszę sobie znaleźć. 119 złotych I teraz uwaga, pytanie. 20, 40, 60, 80, 1. Czy dobrze wam wydałam? 200 złotych zabieram. 119.
- ▶ Uczniowie: Tak.
- ▶ Nauczycielka: Dobrze wam wydałam? I dla ostatniej grupy. Waszym zadaniem będzie ode mnie kupić namiot dwuosobowy. [...] Namiot dwuosobowy. Ile mi płacicie? Ile kosztuje namiot dwuosobowy?
- ▶ Uczniowie: 16.
- ▶ Nauczycielka: Czy wydam Wam resztę?
- ▶ Uczeń 1: Nie.
- ▶ Uczeń 2: Nie.
- ▶ Uczeń 3: Nie.

- ▶ **Nauczycielka:** Co można kupić, mając 100 złotych? Rower? Aparat fotograficzny? Śpiwór dziecięcy czy plecak turystyczny? Już mamy pierwszą grupę. Pokażcie, co napisaliście. I, proszę, wybierzcie.
- ▶ **Uczniowie:** Śpiwór dziecięcy.
- ▶ **Nauczycielka:** Śpiwór dziecięcy. Kto u was idzie wlewać wodę? [...] Skoro tak. Chodź Bartek. [...] kolorem. Proszę bardzo, więc [...] ani więcej, ani mniej, musimy sobie wymieszać. To jest Bartek. Ja będę sprawdzała. Patrz. Patrzymy na działkę i co? Sprawdzam. Pierwsza grupa już zdobywa punkty. Uwaga. Czytam zadanie drugie. Ile trzeba zapłacić za namiot dwuosobowy i krzesło turystyczne z wysokim oparciem? Namiot dwuosobowy i krzesło turystyczne z wysokim oparciem. Nie. Tu jest błąd. [...] Proszę bardzo. 324. [...] Mariusz chyba pierwszy zabrał głos. Damy mu szansę? Jaki macie kolor?
- ▶ **Uczniowie:** Zielony.
- ▶ **Nauczycielka:** Proszę bardzo. Troszeczkę do tyłu i znowu wlewamy 100 mililitrów. Zdobywamy punkt. Zobaczymy, jak Ani się udało. Troszeczkę. Brawo. Prawie idealnie. Dobrze. Uwaga. Czytam zadanie trzecie. O ile złotych jest droższy namiot czterosobowy od namiotu dwuosobowego? O ile złotych? Na kartce [...] jest już napisane. [...] Brawo. Kasia. [...] Jaki macie kolor Kasia? Proszę bardzo. [...] To po. Dobrze. Umówmy się, że troszeczkę przelane to odlejemy. [...] odlej, Kasiu. Troszeczkę. Sprawdzamy teraz. Teraz troszeczkę za mało. To musisz dodać. [...] uczymy się, prawda? Jeszcze, Kasiu. Jeszcze troszeczkę. Jeszcze. Brawo. Prawie idealnie. Uwaga. Zadanie czwarte. O ile złotych jest tańszy śpiwór od materaca dwuosobowego? Szukamy. [...] Śpiwór od materaca dwuosobowego. Już mamy Marysię. Proszę bardzo. Pokaż. Brawo. I ty dla swojej grupy nalewasz. [...] Pracujcie wspólnie, bo. Tak. Czyli jak było 100 mililitrów, to musi być, brawo, musi być 200. Tak [...], prawda? [...] dobrze. Prawie idealnie. Uwaga. Grupa pracuje wspólnie, bo jeszcze nie macie punktu, ale wszystko przed wami. Prawda?
- ▶ **Uczniowie:** Tak.
- ▶ **Nauczycielka:** Uwaga. Ile trzeba zapłacić za namiot dwuosobowy i materac dwuosobowy? Napisałaś? Podniosła pierwsza Edytka rączkę. Proszę bardzo. Po ile?
- ▶ **Uczeń 3:** 300 złotych
- ▶ **Nauczycielka:** Brawo. [...] I pierwsze punkty. Brawo. Aż się grupa cieszy, prawda? Lej, Edytko. Jeszcze. Dobra. Idealnie. Prawie idealnie.

- ▶ **M. Żytko , Edukacja językowa w szkole – między dążeniem do formalizacji schematu a refleksją w zdarzeniach komunikacyjnych. W: D. Klus–Stańska (red), (Anty) edukacja wczesnoszkolna, Impuls Kraków 2014**

BUDOWANIE ROZUMIENIA W INTERAKCJACH SPOŁECZNYCH

JAKUB: Czy każde działanie można rozwiązać?

N: A co rozumiesz przez określenie „każde działanie”?

JAKUB: No na przykład takie jak $6 - 8 = ?$

N: No właśnie, jak myślicie, czy to działanie można rozwiązać?
(długa cisza, dzieci myślą)

KASIA: To będzie -2

U: Spróbuj wytłumaczyć wszystkim, skąd wzięło się to -2 ?

- ▶ **KASIA:** Dobrze – To jest tak. Mam 6 lizaków, ale Jankowi muszę oddać 8 lizaków. Oddaję mu teraz te 6, a te 2 mam jeszcze do oddania, taki dług, czyli minus
- ▶ **MIKOŁAJ:** To znaczy, że kiedy od mniejszej liczby odejmuję większą, to wynik będzie na „długu”, to znaczy na minusie.

PROCES DYDAKTYCZNY

D. KLUS-STAŃSKA

- ▶ Nauczyciel: *przekazuje, zapoznaje, wdraża, kształtuje* itd.
- ▶ Nauczyciel: *organizuje środowisko uczące, stawia problemy*
- ▶ Uczeń: *przyswaja, powtarza, ćwiczy, utrwała* itd..
- ▶ Uczeń: *bada, eksploruje, próbuje, sprawdza, gromadzi dane* itd.

Transmisja

Konstruktywizm

PRACA SAMODZIELNA (TRANSMISJA)

- wymaga wcześniejszego wyuczenia się podstaw
- występuje pod koniec uczenia się nowego materiału
- jest zgodna z poznaną instrukcją

Poczekam aż się dowiem, jak to robić



PRACA SAMODZIELNA (KONSTRUKTYWIZM)

- nie wymaga wcześniejszego „wyuczenia się” podstaw
- występuje na początku uczenia się nowego materiału
- własne strategie, poszukiwanie metodą prób i błędów
- nie jest możliwa przy instrukcji z kontrolą zewnętrzną

Nie wiem, jak to zrobić, ale pokombinuję i coś wymyślę

Uczenie się matematyki w interakcjach społecznych

- ▶ Zawrzyj z uczniami umowę na temat zasad uczenia się
- ▶ Wyjaśnij uczniom, czego oczekujesz
- ▶ Zachęcaj do pracy w parach, grupach
- ▶ Doceniaj, respektuj pomysły dzieci
- ▶ Organizuj dyskusję na temat rozwiązań
- ▶ Stawiaj wyzwania
- ▶ Zachęcaj do refleksji

Rozwiązywanie problemów matematycznych w różnorodny sposób:

- ▶ **materialny**, z wykorzystaniem działań na konkretnych materiałach (klockach, żetonach, monetach itp., obiektach materialnych, przyrządach, np. waga, termometr), pomagają one w budowaniu modeli sytuacji matematycznych czy problemu;
- ▶ **wizualny**, przedstawianie problemów w obrazowy sposób, wizualizacje, wykorzystywanie wyobraźni przestrzennej, rysunki, komunikacja graficzna,
- ▶ **werbalny**, wyjaśnianie strategii, argumentowanie, przekonywanie innych do własnego rozwiązania, dyskusja, opisywanie myśli w dzienniku





Bydgoski bąbel matematyczny

O wprowadzaniu zmian w nauczaniu
matematyki w klasach I–III



KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI

IBE



BADANIA
UMIĘTNOŚCI
TRZECIOKLASISTÓW

UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY



BUDOWANIE ROZUMIENIA

M. Cikorska kl. I



Liczby parzyste i nieparzyste układają się na zmianę: nieparzysta, parzysta, nieparzysta, parzysta itd.

Liczby parzyste rosną o 2, bo jest 2, 4, 6, 8, 10... Liczby nieparzyste też rosną o 2, bo jest 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15



Liczby parzyste

12, 14, 100,
400, 16, 50,
56, 76, 62, 66,

Liczby nieparzyste

11, 401, 15,
95, 33, 13,
83, 19, 9, 89,
7, 41,

Badanie liczb i odkrywanie prawidłowości

$$10 + 10 = 20$$

$$2 + 2 = 4$$

$$8 + 2 = 10$$

$$4 + 4 = 8$$

$$4 + 2 = 6$$

$$10 + 4 = 14$$

$$6 + 2 = 8$$

$$2 + 8 = 10$$

$$1 + 2 = 3$$

$$5 + 2 = 7$$

$$10 + 1 = 11$$

$$14 + 1 = 15$$

$$3 + 2 = 5$$

$$40 + 1 = 41$$

$$6 + 1 = 7$$

$$8 + 1 = 9$$

$$4 + 4 = 8$$

$$2 + 2 = 4$$

$$50 + 50 = 100$$

$$6 + 6 = 12$$

$$6 + 2 = 8$$

$$10 + 10 = 20$$

$$3 + 3 = 6$$

$$5 + 5 = 10$$

$$9 + 1 = 10$$

$$4 + 1 = 6$$

$$5 + 3 = 8$$

$$7 + 7 = 14$$

Twierdzenie Pawła: Jeżeli do liczby parzystej dodam liczbę parzystą, to otrzymam liczbę parzystą.

Twierdzenie Filipa: Jeżeli do liczby nieparzystej dodam liczbę nieparzystą, to otrzymam liczbę parzystą.

Twierdzenie Szymona: Jeżeli dodam liczbę parzystą i nieparzystą, to otrzymam liczbę nieparzystą.

Grupa 1.: Paweł, Karina, Patrycja; Grupa

$$\begin{aligned}l.p. - l.p. &= ? \text{ mam 10 zł.} \\14 - 12 &= 2 \text{ jeżeli} \\4 - 2 &= 2 \text{ odejme} \\6 - 4 &= 2 \\8 - 2 &= 6 \\10 - 2 &= 8 \\102 - 0 &= 102 \\200 - 2 &= 198 \\24 - 2 &= 22 \\20 - 2 &= 18 \\40 - 0 &= 40\end{aligned}$$

Jeżeli odejme od l.p., l.p.
będzie l.p.
Paweł, Karina, Patrycja

Grupa 2.: Filip, Oskar, Wiktor, Patryk

$$\begin{aligned}l.m. - l.m. &= ? \\53 - 43 &= 10 \\45 - 15 &= 30 \\61 - 31 &= 30 \\108 - 53 &= 55 \\11 + 5 &= 6 \\2 - 3 &= 4\end{aligned}$$

Jeżeli odejme się
od liczby nieparzystej
nieparzyste to wynik
będzie parzystych

Filip, Oskar, Patryk, Wiktor.

Grupa 3.: Adrian, Szymon i Michał

$$\begin{aligned}l.m. - l.p. &= ? \\3 - 2 &= 1 \text{ Adrian. F} \\5 - 4 &= 1 \text{ Szymon. F} \\7 - 6 &= 1 \text{ Michał. p} \\8 - 8 &= 0 \\105 - 4 &= 101 \\11 - 1 &= 10 \\11 - 10 &= 1 \\305 - 4 &= 301 \\505 - 4 &= 501 \\6001 - 0 &= 6001\end{aligned}$$

jeżeli od liczby nieparzystej odejme liczbę
parzystą wyjdzie wynik nieparzysty

Grupa 4.: Wanessa, Nadia, Lilka, Zosia

$$\begin{aligned}4 - 3 &= 1 \\8 - 5 &= 3 \\2 - 1 &= 1 \\10 - 5 &= 5 \\6 - 5 &= 1 \\8 - 1 &= 7 \\4 - 1 &= 3 \\50 - 1 &= 49 \\12 - 9 &= 3\end{aligned}$$

Jeżeli od liczby parzystej
odejmiemy liczbę nieparzystą
to wynik będzie nieparzysty.

Wanessa, Nadia, Lilka, Zosia

Dzieci tworzą prawa

(Izabela Boroń – nauczycielka nauczania zintegrowanego w Bydgoszczy)

- **Prawo Zuzi:** Liczbę w zdaniu trzeba napisać w środku lub na początku, bo wtedy zdanie jest poprawne. Gdy liczba jest na końcu to zdanie jest niepoprawne.
- **Prawo Patrycji:** – Banknoty mają na końcu zero.
- **Prawo Wiktora:** W każdym pieniądzu jest napis zł.

Dzieci tworzą prawa

Prawo Zuzi – Gdy chcesz odjąć od mniejszej liczby większą, to wyjdzie ci wynik „-” jakaś liczba. $8-20 = -12$

Prawo Zuzi – Na kwadrat można powiedzieć prostokąt, bo obie te figury mają proste kąty.

Prawo Wiktorii – Kwadrat i prostokąt są z tej samej rodziny, bo mają 4 boki.

- *Bydgoski Bąbel Matematyczny. O wprowadzaniu zmian w nauczaniu matematyki w klasach I-III. IBE 2014*

Dzieci tworzą prawa

- ▶ **Prawo Olimpii** – W środku zdania, gdy ktoś myśli, to piszemy kropki.
- ▶ **Prawo Mateusza** – Jeżeli zwiększymy jeden składnik o 10, 20, 30, 40, 50 to suma zwiększy się też o tyle.

▶ $3+2=5$	lub	$3+2=5$
▶ $3+12=15$		$13+2=15$
▶ $3+22=25$		$23+2=25$
▶ $3+32=35$		$33+2=35$
▶ $3+42=45$		$43+2=45$
▶ $3+52=55$		$53+2=55$

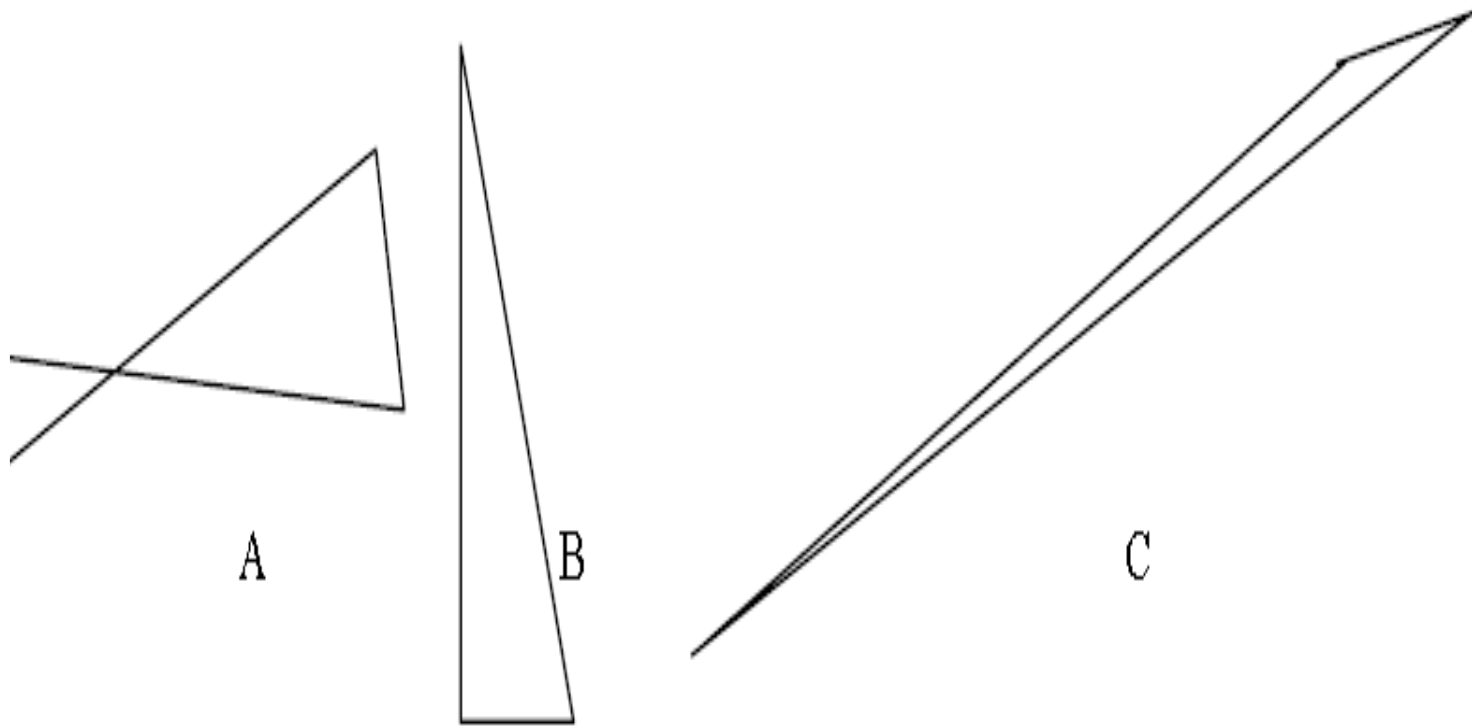
▶ itd.

- ▶ **Prawo Mikołaja** – Linia z kreskami nazywa się odcinek.
- ▶ **Prawo Kuby** – Linia krzywa jest falista. (Narysował krzywą na tablicy.)
- ▶ **Prawo Olimpii** – Krzywej nie można zmierzyć, bo jest falista.
- ▶ **Prawo Olimpii** – Jest też linia zygzakowata, która może składać się z odcinków i wtedy można ją zmierzyć. Trzeba każdy odcinek zmierzyć, a potem dodać. (Narysowała łamaną na tablicy.)

MOŻLIWOŚCI ROZWOJU JĘZYKA W SZKOLE

- ❑ KOMUNIKACJA PODSTAWĄ KONSTRUOWANIA TOŻSAMOŚCI CZŁOWIEKA JAKO ISTOTY SPOŁECZNEJ (A.SFARD, THINKING AS COMMUNICATING, 2008)
- ❑ MYŚLENIE – ZINDYWIDUALIZOWANA FORMA INTERPERSONALNEJ KOMUNIKACJI
- ❑ COMMUNICATIVE COGNITION (WSPÓLNE KOMUNIKACYJNE POZNAWANIE)– DZIAŁANIE A KONTYNUOWANE PRZEZ DZIAŁANIE B INNEGO PODMIOTU.

Rozmowa o trójkątach



A.SFARD, THINKING AS COMMUNICATING, 2008

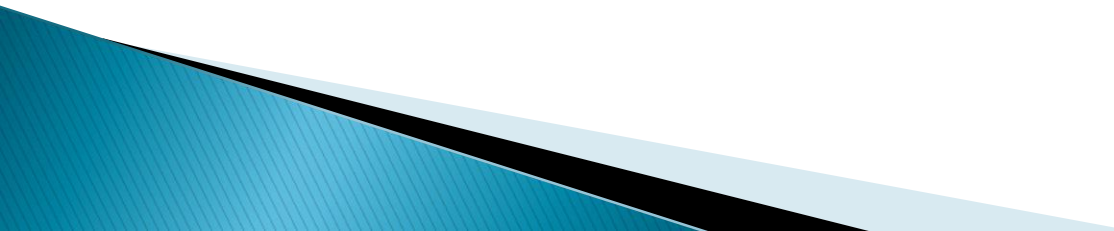
Rozmowa o trójkątach

- ▶ Nauczyciel: Który z tych rysunków przedstawia trójkąt?
- ▶ Ewa: [Wskazując kształt A] To jest trójkąt, tylko ma jeszcze inne, dodatkowe linie.
- ▶ Nauczyciel: Skąd wiesz, że ten kształt to rzeczywiście trójkąt?
- ▶ Ewa: Dlatego, że ma trzy linie [boki].
- ▶ Nauczyciel: [Wskazując kształt B] Ale ten też ma jeden, dwa, trzy linie.
- ▶ Ewa: Tak
- ▶ Nauczyciel: A więc czy to jest trójkąt? Dlaczego nie pokazałaś go od razu?
- ▶ Ewa: Nie widziałam go, nie byłam pewna [mówiąc to, zaczyna zakreślać kółkiem kształt C].
- ▶ Sara: [Patrząc na zaznaczony przez Ewę kształt C] Hej, to nie jest trójkąt. Trójkąt jest szeroki, a ten jest wąski!
- ▶ Ewa: A więc co? [mówiąc to, przestaje zakreślać kółkiem kształt C].
- ▶ Nauczyciel: Dlaczego? Dlaczego to [pokazuje C] nie jest trójkąt? Sara powiedziała, że jest zbyt wąski.
- ▶ Ewa: Nie ma czegoś takiego, jak zbyt wąski [mówiąc to, zaczyna jednak ścierać koło kreślone wokół kształtu C].
- ▶ Nauczyciel: Czy trójkąt musi być określonych rozmiarów, określonej wielkości?
- ▶ Sara: Hmm, tak, on musi być trochę szerszy. Co to jest? To nie wygląda jak trójkąt – to patyk!

Rozmowa o trójkątach

- ▶ Próba przekonania Sary, że kształt C to trójkąt.
- ▶ Nauczyciel: Powiedziałaś mi, że trójkąt, Ewo, to ty powiedziałaś, a Sara zgodziła się, że w trójkącie muszą być trzy linie, prawda?
- ▶ Ewa: Prawda
- ▶ Nauczyciel: A więc powiedz mi, ile linii mamy tutaj.
- ▶ Sara: Raz, dwa, trzy.
- ▶ Nauczyciel: A więc może to jest trójkąt? Może Ewa źle zrobiła, wycierają zakreślone wokół tego kształtu koło? Nie jesteś pewna. O tym [B] powiedziałaś, że jest trójkątem.
- ▶ Sara: Ponieważ jest szeroki i odpowiedni, tak jak powinien wyglądać trójkąt. Nie jest wąski i cienki jak patyk [pokazuje to ruchem ręki i się śmieje].
- ▶ Nauczyciel: W jaki sposób dowiemy się, że ten kształt jest trójkątem? Aby powiedzieć, że to trójkąt, czego potrzebujemy?
- ▶ Sara: Trzech punktów, trzech wierzchołków, trzech boków [linii].
- ▶ Nauczyciel: Ok, trzy boki, jeżeli tak, to ten trójkąt pasuje. Spójrz, jeden bok... a tutaj jest jeden długi bok, a tutaj trzeci długi bok. A więc mamy trójkąt?
- ▶ Sara: Jeden wierzchołek i drugi, i trzeci punkt. A więc to jest trójkąt!

Dobre pytanie zadane przez dorosłego

- ▶ stanowi zaproszenie do myślenia
 - ▶ inspirację do działania
 - ▶ zachęca do poszukiwania różnych rozwiązań problemu
 - ▶ wywołuje chęć zadawania następnych pytań
- 

PYTANIA

**Wzbudzić
ciekawość i
zainteresowanie.**

**Ukierunkować
uwagę**

Sprawić, aby uczeń myślał

**Ukształtować
poglądy, emocje,
przeżycia**
Pobudzić dyskusję.

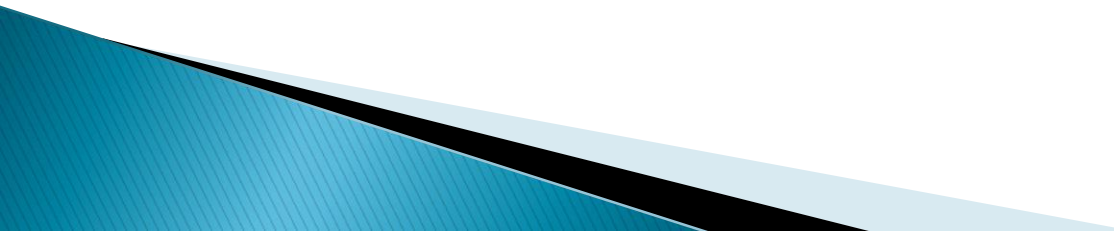
**Sprawdzić
rozumienie.**

**Rozpoznać
trudności.**

**Sprawdzić
wiedzę**

**Skorygować
wiedzę.**

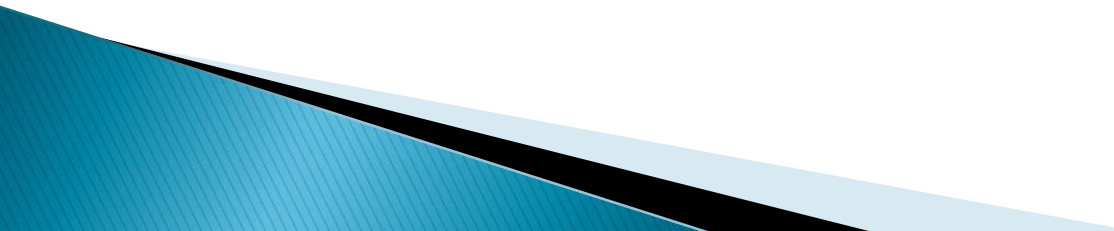
**Skierować na
nowe treści**

- **Czas na myślenie**
 - **Zatrzymanie**
 - **Zachęcenie**
 - **Uznanie**
- 

DOBRE PYTANIE JEST ZAPROSZENIEM DO MYŚLENIA

- ▶ **Pytania skupiające uwagę:** widziałeś, zauważyłeś?, co to jest? Spójrz na to, chodź i zobacz!
- ▶ **Pytanie zachęcające do porównań:** Ile, jak długo, jak często? Pozwala porównać podobne obiekty, precyzyjnie sklasyfikować, wprowadzić porządek w obserwacji.
- ▶ **Pytanie wymagające uściślenia:** skupienie na znaczeniu użytych słów; Co chciałaś przez to powiedzieć?, Mógłbyś to bliżej wyjaśnić?, Możesz podać przykład?, Możesz to pokazać? Powiedz to inaczej?
- ▶ **Pytanie zachęcające do badania:** Co powinniśmy wiedzieć? Jak możemy się tego dowiedzieć? Jak to należy zrobić? Co będzie, jeżeli....?
- ▶ **Pytanie o wyjaśnienie:** skąd wiesz?, na jakiej podstawie tak uważasz?, jakie masz dowody? – zachęcają do refleksji nad własnym rozumowaniem.
- ▶ **Pytanie o rozważenie alternatyw, refleksja:** A co z . . . [alternatywą]?, Jak to się ma do . . .? A co z pomysłami innych ludzi? Czy [alternatywa] nie jest lepsza?

STWORZENIE WARUNKÓW DO INTERAKCJI UCZEŃ-UCZEŃ

- ▶ Unikać wypowiedzi oceniających
 - ▶ Namawiać do odpowiedzi alternatywnych
 - ▶ Zachęcać do zadawania pytań
 - ▶ Umożliwić uczniom pytanie się nawzajem
 - ▶ Skorzystać z techniki pomyśl-omów-przedstaw
- 

JAK ZACHĘCAĆ UCZNIÓW DO STAWIANIA PYTAŃ?

N

- ❑ Pytaj siebie: „ciekawe dlaczego?”, wykazuj wątpliwości, dociekaj,
- ❑ Poszukiwanie książek, przedmiotów i materiałów pobudzających ciekawość
- ❑ Zachęcaj uczniów, by przynosili to, co ich zainteresowało; założyć w klasie gabinet osobliwości,
- ❑ Postaw dziecko wobec pytań – produktywnych, prowokujących i otwartych (kącik badawczy)– pytanie dnia, tygodnia.

Jak odpowiadać?

- ▶ Zobaczymy, co da się z tego zrobić?
 - ❑ Analiza pytania (co miałeś na myśli, mówiąc?)
 - ❑ Przekształcenie pytania (powiedziałeś, że...)
 - ❑ Przeadresowanie pytania (a co ty o tym myślisz?)
 - ❑ Podtrzymanie pytania (ciekawa jestem, czy...)
 - ❑ Podsuniecie metody (może moglibyśmy...)

Mówienie

- ▶ Okazją do skupienia się na swoich myślach i pogłębienia ich rozumienia
- Mówiąc do innych lepiej rozumiemy siebie

Rozwijanie mówienia u dzieci ma ścisły związek z rozwojem języka, ale także z myśleniem i uczeniem się.

RUSZTOWANIE / SCAFFOLDING

- ▶ **Nauczyciel jako wsparcie:** zapewnia bezpieczne ramy i kontekst, w którym dzieci czują się swobodnie, by proponować sugestie i wypróbować swoje pomysły;
- ▶ **Nauczyciel jako zachęta:** używa pytań, aby przekierować myślenie ucznia lub zaproponować alternatywne, być może prostsze, sformułowania;
- ▶ **Nauczyciel jako krytyczny słuchacz i dostarczyciel informacji zwrotnej:** udziela krytycznych uwag w formie zrozumiałej dla ucznia, które mogą sugerować kontynuowanie obecnego kierunku działania lub poszukiwanie innych rozwiązań;
- ▶ **Nauczyciel jako upraszczający:** dzieli problem na mniejsze, łatwiejsze do opanowania kroki, które uczeń może podjąć.
- ▶ **Nauczyciel jako motywator:** udzielanie odpowiednich zachęt w kluczowych momentach procesu;
- ▶ **Nauczyciel jako wskazujący:** ukazanie elementów zadania lub pytania, które wymagają większej uwagi niż inne, mniej istotne aspekty;
- ▶ **Nauczyciel jako wzór:** wykonywanie zadania lub głośne myślenie w celu pokazania podejścia lub techniki.